**Федеральное государственное образовательное бюджетное**

**учреждение**

**высшего образования**

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**(Финансовый университет)**

**Факультет**

информационных технологий и анализа больших данных

Кафедра «Бизнес-информатика»

**Домашнее задание № 3**

«Решение задачи о принятии оптимального решения в условиях риска»

Студенты группы БИ20-4:

Иванова Ксения

Киракосян Виген

Крылов Никита

Мытарева Ангелина

Петрова Арина

Чайковская Анна

Руководитель:

Аксенов Дмитрий Андреевич

**Москва 2022**

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

[**1.** **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ (ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ)** 3](#_Toc100269360)

[**2. АЛГОРИТМ** 3](#_Toc100269361)

[**3. MS EXCEL** 7](#_Toc100269362)

[**4. ЗАДАЧА 2 С КОДОМ** 9](#_Toc100269363)

[***5*. ЗАКЛЮЧЕНИЕ** 11](#_Toc100269364)

# **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ (ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ)**

Винни-Пуху нужно добраться до улья с медом, который висит высоко на дереве. У него есть выбор как это лучше сделать: он может подняться на воздушном шарике, залезть по дереву самостоятельно или подлететь с помощью пропеллера, одолжив его у Карлсона. Каждое из средств эффективно для определенного типа погоды: на улице может быть безветренно, может быть слабый ветер, сильный ветер или ураган. Ниже представлена матрица, которая отражает % процент успешного подъема к улью при использовании той или иной стратегии в определенную погоду.

Таблица 1 – «Матрица % успешного подъема к улью с медом»

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | П1 | П2 | П3 | П4 |
| А1 | 90 | 75 | 30 | 10 |
| А2 | 50 | 40 | 25 | 1 |
| А3 | 95 | 90 | 40 | 8 |
| вероятности | 0,1 | 0,1 | 0,7 | 0,1 |

# **2. АЛГОРИТМ**

Игры с природой – задачи, в условии которых есть только один участник, максимизирующий свою прибыль. Игры с природой – математические модели, в которых выбор решения зависит об объективной действительности. Например, покупательский спрос, состояние природы и т.д. «Природа» – это обобщенное понятие не преследующего собственных целей противника. В таком случае для выбора оптимальной стратегии используется несколько критериев.

Принятие решений в условиях неопределённости предполагает, что игроку не противостоит разумный противник.

Критерий Вальда

В критерии Вальда максимизируется наихудший из возможных результатов:



Использование критерия страхует от наихудшего результата, но цена такой стратегии – потеря возможности получить наилучший из возможных результатов.

Рассмотрим пример. Для стратегий U1 = (90,75,30,10), U2 = (50,40,25,1), U3 = (95,90,40,8) найдем минимумы и получим следующую тройку S = (10, 1, 8) . Максимумом для указанной тройки будет являться значение 10, следовательно, по критерию Вальда выигрышной стратегией является стратегия U1 = (90,75,30,10), соответствующая стратегии полета на воздушном шаре.

Критерий оптимиста

При использовании критерия оптимиста игрок выбирает решение, дающее лучший результат, при этом оптимист предполагает, что условия игры будут для него наиболее благоприятными:



Стратегия оптимиста может привести к отрицательным последствиям, когда максимальное предложение совпадает с минимальным спросом – фирма может получить убытки при списании нереализованной продукции. В тоже время стратегия оптимиста имеет определённый смысл, например, не нужно заботиться о неудовлетворённых покупателях, поскольку любой возможный спрос всегда удовлетворяется, поэтому нет нужды поддерживать расположения покупателей. Если реализуется максимальный спрос, то стратегия оптимиста позволяет получить максимальную полезность в то время, как другие стратегии приведут к недополученной прибыли. Это даёт определённые конкурентные преимущества.

Рассмотрим пример. Для стратегий U1 = (90,75,30,10), U2 = (50,40,25,1), U3 = (95,90,40,8) найдем максимум и получим следующую тройку S = (90, 50, 95). Максимумом для указанной тройки будет являться значение 95, следовательно, по критерию оптимизма выигрышной стратегией является стратегия U3 = (95,90,40,8), соответствующая стратегии полета на пропеллере.

Критерий пессимизма

Данный критерий предназначен для выбора наименьшего элемента игровой матрицы из ее минимально возможных элементов:



Критерий пессимизма предполагает, что развитие событий будет неблагоприятным для лица, принимающего решение. При использовании этого критерия лицо принимающее решение ориентируется на возможную потерю контроля над ситуацией, поэтому, старается исключить потенциальные риски выбирая вариант с минимальной доходностью.

Рассмотрим пример. Для стратегий U1 = (90,75,30,10), U2 = (50,40,25,1), U3 = (95,90,40,8) найдем минимум и получим следующую тройку S = (10, 1, 8). Минимумом для указанной тройки будет являться значение 1, следовательно, по критерию пессимизма выигрышной стратегией является стратегия U2 = U2 = (50,40,25,1), соответствующая стратегии забраться по дереву.

Критерий Байеса

Критерий Байеса (критерий математического ожидания) используется в задачах принятия решения в условиях риска в качестве оценки стратегии Ui выступает математическое ожидание соответствующей ей случайной величины. В соответствии с этим правилом оптимальная стратегия игрока Uopt находится из условия:

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Иными словами, показателем неэффективности стратегии Ui по критерию Байеса относительно рисков является среднее значение (математическое ожидание ожидание) рисков i-й строки матрицы U, вероятности которых, совпадают с вероятностями природы. Тогда оптимальной среди чистых стратегий по критерию Байеса относительно рисков является стратегия Uopt, обладающая минимальной неэффективностью то есть минимальным средним риском. Критерий Байеса эквивалентен относительно выигрышей и относительно рисков, т.е. если стратегия Uopt является оптимальной по критерию Байеса относительно выигрышей, то она является оптимальной и по критерию Байеса относительно рисков, и наоборот.

Перейдем к примеру и рассчитаем математические ожидания:

А1=90\*0,1+75\*0,1+30\*0,7+10\*0,1=38,5;

А2=50\*0,1+40\*0,1+25\*0,7+1\*0,1=26,6;

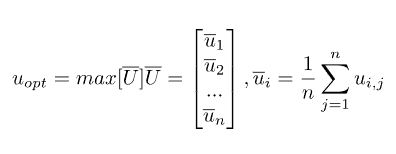
А3=95\*0,1+90\*0,1+40\*0,7+8\*0,1=47,3;

Максимальным математическим ожиданием является А3, следовательно, выигрышной стратегией является стратегия А3.

Критерий Лапласа

Критерий Лапласа представляет упрощенную максимизацию математического ожидания полезности, когда справедливо предположение о равной вероятности уровней спроса, что избавляет от необходимости сбора реальной статистики.

В общем случае при использовании критерия Лапласа матрица ожидаемых полезностей и оптимальный критерий определяются следующим образом:



Рассмотрим пример принятия решений по критерию Лапласа. Рассчитаем среднеарифметическое для каждой стратегии:

А1=1/3\*(90+75+30+10)=68,3;

А2=1/3\*(50+40+25+1)=38,6;

А3=1/3\*(50+40+25+1)=77,6;

Таким образом, выигрышной стратегией является стратегия А3.

# **3. MS EXCEL**

Запишем исходную матрицу в MS Excel и продублируем в соответствующие ячейки таблицы значения, которая отражает % успешности всех стратегий, которые может использовать Винни-Пух.

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Рис 1 – «Матрица % успеха стратегий Винии-Пуха»

**Критерий Байеса:**

Найдем сумму произведений показателя успешности и вероятности каждой стратегии в каждое состояние природы (воспользуемся формулой =СУММПРОИЗВ и далее соответственно для следующих двух столбцов со сдвигом нумерации). Затем из полученных трёх значений выберем средневзвешенное.

**Критерий Лапласа:**

Запишем в строке таблицы «Вероятности» значения, равные 1/кол-во стратегий (в нашем случае 3). Найдем сумму произведений показателя успешности и вероятности каждой стратегии в каждое состояние природы (воспользуемся формулой =СУММПРОИЗВ и далее соответственно для следующих двух столбцов со сдвигом нумерации). Затем из полученных трёх значений выберем средневзвешенное.

**Критерий Гермейера:**

Дублируем исходную матрицу. Создаем одноразмерную матрицу без значений и умножаем каждый показатель успеха стратегии на ее вероятность, заполняя таблицу.

С помощью ранее описанного метода минимакса находим соответствующее значение по строкам заполненной таблицы.

Создаем вспомогательные таблицы ограничений и переменных. В ячейке каждого ограничения запишем формулу умножения столбца соответствующего погодного явления на пустой столбец переменных.

В качестве целевой функции – сумму переменных, цены игры – 1/значение целевой функции. В таблице стратегий запишем формулы умножения соответствующей переменной на значение цены игры.

После записи каждой из формул в ячейки запускаем Поиск решения:

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Рисунок 2 — Решение через MS Excel (Риски)

По результатам решения данной задачи с помощью Excel получается следующее распределение использования каждой из стратегий игроком A:

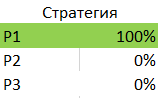


Рисунок 3 — Смесь стратегий для игрока

# **4. ЗАДАЧА 2 С КОДОМ**

Винни-Пух и Пятачок поспорили, что медведь не сможет угадать по виду, в каком из ульев какое количество меда. Имеется 10 ульев. При этом урны бывают двух типов: в урне типа I находится 5 кг меда, а в урне типа II – 8 кг. Известно, что урн типа I – 7 штук, а урн типа II – 3 штук. Винни-Пух подходит к случайно выбранному улью и должен сказать, какого он типа или отказаться от игры. Если он называет тип I и улей действительно этого типа, то он выигрывает 500 кг меда, если он типа II, то Винни проигрывает 200 кг. Если играющий называет тип II и улей действительно этого типа, то он выигрывает 1000 кг меда, если же он типа I, то герой проигрывает 150. Какое решение должен принять медведь?

Решение.

Множество вариантов решения имеет вид:

d1 – назвать улей типа I;

d2 – назвать улей типа II;

d3 – отказаться от игры.

Множество состояний среды:

s1– улей типа I,

s2 – улей типа II

Тогда таблица выигрышей (полезностей) имеет вид:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Решения | S1 | S2 |
| D1 | 500 | -200 |
| D2 | -150 | 1000 |
| D3 | 0 | 0 |
| Вероятности | 0,7 | 0,3 |

Вычислим ожидаемые полезности каждого решения (критерий Байеса):

D1=500\*0,7+(-200)\*0,3=290,

D2=-150\*0,7+1000\*0,3=195,

D3=0.

Используя критерий ожидаемой полезности, Винни-Пух должен назвать улей типа I

Если использовать критерий дисперсии полезности, то оптимальным решением будет отказ от игры.

Код, выводящий решение задачи представлен в файле с расширением .ipynb «риск код».

import numpy as np

n = 4

matrix =[list(map(float, input().split())) for row in range(n)]

print(\*matrix, sep='\n')

a=matrix

#вычисления ожидаемых полезностей каждого из исходов

d1=a[0][0]\*a[3][0]+a[0][1]\*a[3][1]

d2=a[1][0]\*a[3][0]+a[1][1]\*a[3][1]

d3=a[2][0]\*a[3][0]+a[2][1]\*a[3][1]

b = [d1,d2,d3]

print('используя критерий ожидаемой полезности, Винни-Пух должен принять решение № ', b.index(max(b))+1)

print('используя критерий дисперсии полезности, Винни-Пух должен принять решение № ', b.index(min(b))+1)

print("Ответ:", b.index(max(b))+1)

С клавиатуры вводится значения матрицы размерности 2 столбца 3 строчки в формате float.

Указываем индексы значений матрицы для расчета математического ожидания каждой строки.

Собираем значения математических ожиданий в массив, далее указываем их индекс при выведении максимального и минимального значений из найденных.

Реализация Задачи 2:

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Рисунок 4 – Реализация Задачи 2 на языке Python

Решение в MS Excel:

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Рисунок 5 – Реализация Задачи 2 в MS Excel

Задача решается по ранее описанному алгоритму критерия Байеса. Умножаем строку первого исхода D1 на строку вероятностей и т.д. по аналогии спускаясь по ячейкам вниз.

Таким образом, наиболее выигрышной является стратегия D1.

# ***5*. ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Наша команда решила поставленную задачу при помощи Excel c помощью встроенных функций и поиска решения. Полученные результаты были проверены при помощи «Онлайн калькулятора», который дал аналогичный ответ. Наиболее оптимальными стратегиями, которыми стоит пользоваться Винни-Пух для того, чтобы добраться до улья с медом – лететь на воздушном шаре.

Для получения наибольшей выгоды при игре с Пятачком, медведю следует назвать улей 1 типа.